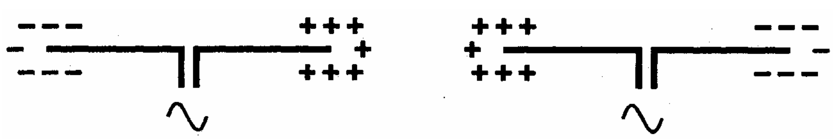
12 Optik

12.1 Licht als elektromagnetische Welle

Die von Maxwell aufgestellte Behauptung, Licht sei eine elektromagnetische Welle, kommt aus den Maxwellgleichungen, da die Aussage, elektrische und magnetische Felder könnten sich gegenseitig induzieren, in diesen Gleichungen steckt.

Solche elektromagnetische Wellen werden mit Hertzschem Dipol erzeugt.



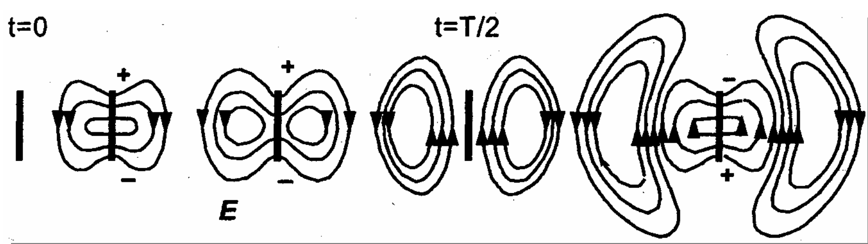
Bei angelegter Wechselspannung an einem Hertzschen Dipol befindet sich die negative Ladung einmal vorwiegend links und einmal rechts am Ende. Die Frequenz, mit der die Ladungen hin- und her schwingen, entspricht der Frequenz der angelegten Wechselspannung.

In den stilisierten Hertz‘schem Dipol zeichnen wir jetzt die Feldllinien ein, die durch den Raum gehen und die, wie bekannt, von positiver zu negativer Ladung zeigen. Dadurch, dass das sich ändernde elektrische Feld ein Magnetfeld erzeugt und dieses wiederum ein elektrisches Feld, laufen beide – sich gegenseitig immer wieder induzierend – durch den Raum.

Sowohl elektrisches Feld als auch magnetisches Feld können als Vektorwelle beschrieben werden.

$$\vec{E}(\vec{x},t) = E_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t - \alpha)$$
$$\vec{B}(\vec{x},t) = B_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t - \alpha)$$

E_0: Amplitude des elektr. Feldes; B_0: Amplitude des magnet. Feldes



Zeichnet man die Feldlinien ein, die beim oszillierenden Hertzschen Dipol entstehen, kann man die sich ablösende elektromagnetische Welle sehen. Gezeichnet sind lediglich die elektrischen Feldlinien; die magnetischen sind kreisförmig um den Dipol angeordnet und kehren ihre Richtung ebenfalls alle halbe Periode $T/2$ um.

Sowohl $\vec{E}$ als auch $\vec{B}$ erfüllen die dreidimensionale Wellengleichung

$$\frac{d^2\vec{u}}{dt^2} = v_{ph}^2 \cdot \frac{d^2\vec{u}}{dx^2}$$

wobei für $\vec{u}$ entweder $\vec{E}$ oder $\vec{B}$ eingesetzt werden kann.

Die Phasengeschwindigkeit ist $v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = c$.

$$c = 299792{,}458 \text{ km/s}$$

$$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

Findet die Ausbreitung des Lichtes nicht im Vakuum, sondern in einem Medium statt, ersetzt man

$$\left.\begin{aligned} \mu_0 &\to \mu_0 \cdot \mu_r \\ \varepsilon_0 &\to \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \to \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

Für die Phasengeschwindigkeit folgt dann

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}} = \frac{c}{n}$$

Geschwindigkeit des Lichtes im Medium

$$n = \sqrt{\mu_r \cdot \varepsilon_r}$$

$n \simeq 1$ (Luft); 1,33 (Wasser); 1,5 (Glas); 4 (Silizium)

Alle elektromagnetischen Wellen transportieren Energie, die je zur Hälfte im elektrischen und im magnetischen Feld steckt. Der Transport findet in Ausbreitungsrichtung der Welle statt und wird mit dem **Poynting-Vektor** $\vec{S}$ ausgedrückt.

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

Reflexion

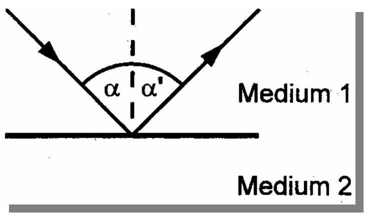
Das Gesetz, das die Reflexion von Licht an einer Grenzschicht beschreibt, ist an Einfachheit kaum zu übertreffen.

Es lautet: Einfallswinkel = Reflexionswinkel

Reflexionsgesetz:

$$\boxed{\alpha = \alpha'}$$

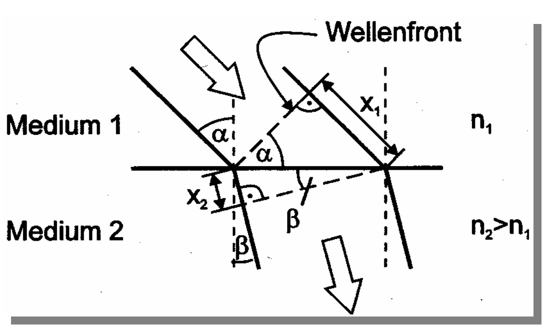
und gilt immer an einer einfachen Grenzfläche zwischen zwei Medien. Üblicherweise werden diese Winkel zum Lot der Grenzfläche gemessen.



Für eine einfache Grenzfläche zwischen zwei Medien gilt, dass der Einfallswinkel zum Lot gemessen gleich dem Reflexionswinkel ist.

Brechung

Ist das Material, auf dessen Grenzfläche der einfallende Strahl trifft, für diesen einigermaßen transparent, gibt es außer dem reflektierten auch einen eindringenden Strahl, dessen Winkel zum Lot wir uns überlegen wollen.



Trifft ein Strahl nicht senkrecht auf eine Grenzfläche, wird er gebrochen, d. h. $\alpha \neq \beta$. Die Senkrechte zur Oberfläche, das Lot, ist kurz-gestrichelt eingezeichnet, die Wellenfront lang-gestrichelt.

Betrachten wir, wenn ein Strahl aus der Luft (Medium 1) auf ein dickes Glasstück (Medium 2) trifft.

Der Strahl sei ein paralleles Lichtbündel, das durch die beiden Randstrahlen begrenzt wird. Ebenfalls eingezeichnet ist die Wellenfront des einfallenden Strahls zum Zeitpunkt des Auftreffens des rechten Randstrahls auf die Grenzfläche.

Während von jetzt an der rechte Strahl in das Glas propagiert, bewegt sich der linke Randstrahl noch in der Luft.

Wegen des Brechungsindexes von Glas $n_{\mathrm{Glas}} > n_{\mathrm{Luft}}$ ist die Phasengeschwindigkeit des rechten Randstrahls jetzt kleiner. Erst wenn der linke Randstrahl ebenfalls die Grenzfläche erreicht hat, gibt es wieder eine gerade Wellenfront, die sich im Glas ausbreitet.

Bemerkung:

Fällt Licht senkrecht auf die Grenzfläche, gibt es keine Richtungsänderung.

Unter welchem Winkel β läuft der Strahl in Medium 2 (Glas) weiter?

$$x_1 = c_1 \cdot T \quad \text{und} \quad x_2 = c_2 \cdot T$$

Die Winkel α und β sind geometrisch gegeben durch

$$\sin\alpha = \frac{x_1}{l} \quad \text{und} \quad \sin\beta = \frac{x_2}{l}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{x_1/l}{x_2/l} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{c_1 \cdot T}{c_2 \cdot T} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Snellius‘sches Brechungsgesetz:

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Ob der zweite Winkel, β, größer oder kleiner als der erste Winkel ist, hängt davon ab, ob der Brechungsindex des zweiten Mediums größer oder kleiner als der des ersten ist.

12.2 Reflexions- und Brechungsgesetz

a) optisch dünner $\rightarrow$ optisch dichter
$n_1 < n_2$

$\Rightarrow$ Brechung zum Lot

b) optisch dichter $\rightarrow$ optisch dünner (z. B. Übergang von Glas auf Luft)
$n_1 > n_2$

$\Rightarrow$ Brechung vom Lot

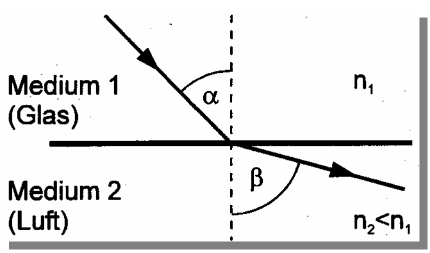
Für diesen zweiten Fall gibt es den interessanten Fall, dass $\beta = 90°$ und damit $\sin\beta = 1$.

Dieser Grenzfall heißt „Totalreflexion“ und der Grenzwinkel der Totalreflexion α_G ist gegeben durch

$$\boxed{\sin\alpha_G = \frac{n_2}{n_1}}$$

Man erfährt diesen Effekt z. B., wenn man als Taucher durch eine Taucherbrille aus dem Wasser (n ~ 1,5) nach oben sieht (Luft n ~ 1). Der Grenzwinkel ist in diesem Fall ~ 50°.

12.2 Reflexions- und Brechungsgesetz



Beim Übergang vom optisch dichteren (z. B. Glas) zum optisch dünneren Material (Luft) wird ein Strahl vom Lot weggebrochen.

Absorption

Wenn ein Lichtstrahl aus Luft auf ein Medium trifft, kann es auch passieren, dass das Licht absorbiert wird. Die materialcharakteristische Konstante hierfür ist der Absorptionskoeffizient α ($[\alpha]=\mathrm{cm}^{-1}$).

An einer Grenzfläche wird im allgemeinen ein Teil des Lichts reflektiert, ein anderer Teil gebrochen; der transmittierte Teil kann jetzt beginnen, absorbiert zu werden.

Die Abnahme der transmittierten Intensität kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$\boxed{I(x) = I_0 \cdot (1-R) \cdot e^{-\alpha \cdot x}}$$

- α Absorptionskoeffizient
- I_0 einfallende Intensität
- R Reflektivität
- x Tiefe des Strahls im Medium 2, d. h. zurückgelegte Wegstrecke im Material

Wie viel Licht wird an der Grenzfläche reflektiert?

Für senkrechten Einfall aus der Luft auf ein Medium ist der Betrag der reflektierten Intensität

$$\boxed{R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}} \qquad \text{mit } \kappa = 0: \quad R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

wobei n der Brechungsindex des Mediums ist und κ folgenden einfachen Bezug zum Absorptionskoeffizienten α hat

$$\kappa = \frac{\lambda \cdot \alpha}{4\pi}$$

λ Wellenlänge des Lichts im Vakuum

Man nennt κ Extinktionskoeffizient. Für nichtabsorbierende Substanzen ist $\kappa=0$.

Interferenz

Für mehrere aufeinander folgende Grenzschichten gibt es Effekte, die auf Interferenz von reflektierten und mehrfach reflektierten Strahlen mit dem einfallenden Licht beruhen (z. B. Farben, die ein dünner Ölfilm auf Wasser erzeugt).

Eine Auslöschung des reflektierten Strahls findet dann statt, wenn die Brechungsindizes und die Dicke *d* sich so verhalten, dass optimale destruktive Interferenz für den reflektierten Lichtstrahl existiert (Vielfaches der Wellenzahlen).

Bei normalem Einfall und einem Brechungsindex der Beschichtung von $n_1 < n_2$ heißt das, dass die Dicke der Schicht $n_1 \cdot d = \lambda/4$ oder ein ungeradzahliges Vielfaches davon sein müsste.

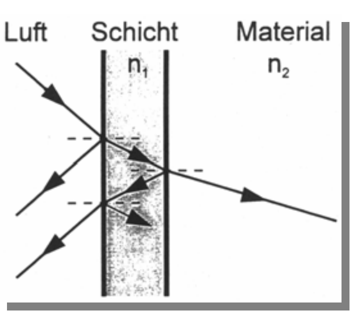
Der optimale Brechungsindex ergibt sich aus dem verallgemeinerten Reflexionsgesetz für senkrechten Einfall auf zwei nichtabsorbierende Substanzen, von denen die eine die Dicke $n_1 \cdot d = \lambda/4$ hat.

Hier ist

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1^2}{n_2 + n_1^2} \right)^2 \quad \text{für } n_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad R = \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2$$

und damit folgt

$$R = 0 \quad \text{für} \quad n_1 = \sqrt{n_2}$$



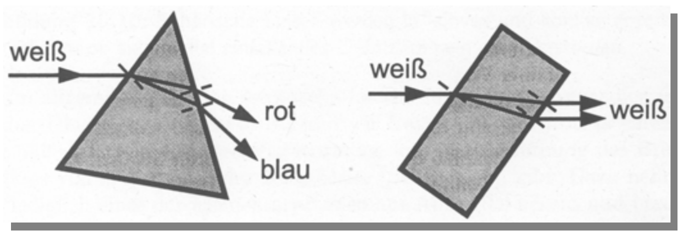
Interferenzen zwischen zwei reflektierten Strahlen können destruktiv sein (Antireflexionsbeschichtung) oder konstruktiv (Verspiegelung) je nachdem, wie man die Schichtdicke und die Brechungsindizes wählt.

12.2 Reflexions- und Brechungsgesetz

Dispersion (Brechungsindex hängt von Wellenlänge ab: $n = n(\lambda)$)

Eine wichtige Anwendung des Brechungsgesetzes und des Phänomens Dispersion ist das Prisma. Für einen Lichtstrahl einer Farbe (einer Wellenlänge) findet zweimal Brechung an den beiden Oberflächen des Prismas statt (und zwar zum Lot)

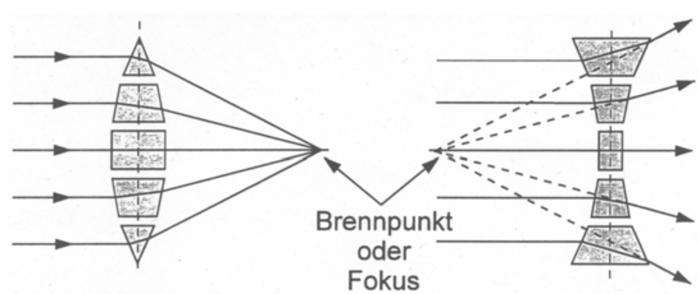
⇒ Zerlegung von weißem Licht in Farbkomponenten (Prismamonochromator)



Am Prisma und an planparallelen Platten finden je zweimal eine Brechung eines Lichtstrahls statt; beim Prisma addiert sich der Ablenkwinkel, so dass eine Farbzerlegung stattfindet.

12.3 Linsen und optische Abbildungen

Linsen sind eine weitere überaus wichtige Anwendung des Brechungsgesetzes. Stellen wir uns eine Linse zusammengesetzt aus verschiedener Prismen vor.



Linsen kann man sich aus Prismen zusammengesetzt denken, die entsprechend ihrer Winkel parallel einfallende Strahlen auf den Brennpunkt brechen (links) oder divergent machen.

12.3 Linsen und optische Abbildungen

Aus fertigungstechnischen Gründen sind Linsen im allgemeinen durch Kugelflächen begrenzt; man spricht in diesen Fällen von sphärischen Linsen (links Sammellinse, rechts Zerstreuungslinse).

Bei einer Sammellinse fallen parallel einfallende Strahlen näherungsweise auf einen Punkt, den Brennpunkt.

Je weiter ein Strahl vom mittleren Strahl entfernt ist, desto weiter weicht der gebrochene Strahl vom gemeinsamen Brennpunkt ab.

⇒ Linsenfehler: sphärische Aberration

Zudem wird Licht verschiedener Wellenlänge in unterschiedlichen Punkten fokussiert.

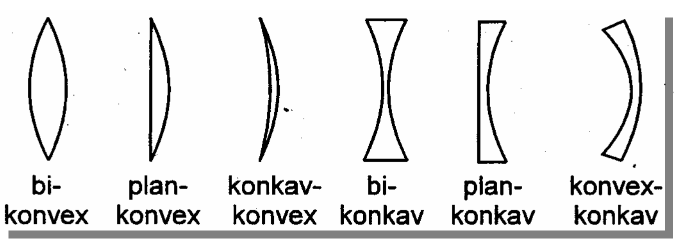
⇒ Linsenfehler: chromatische Aberration

Beide Linsenfehler können durch Hinzunahme weiterer Linsen nahezu perfekt kompensiert werden.

⇒ Linsensysteme (Objektive beim Fotoapparat)

12.3 Linsen und optische Abbildungen

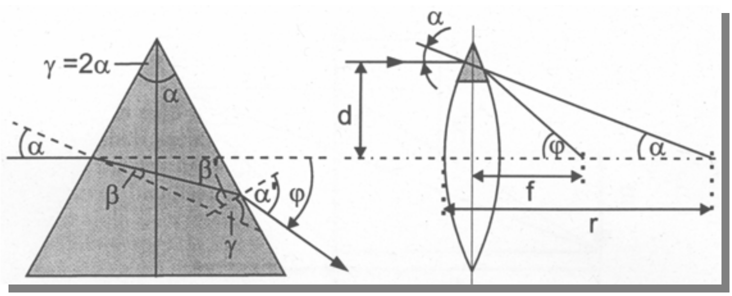
Es gibt verschiedene Formen der Sammel- und Zerstreuungslinsen (siehe unten).



Sphärische Linsen werden in konvex und konkav unterteilt, je nachdem ob sie parallel einfallendes Licht sammeln oder zerstreuen.

Im allgemeinen werden sphärische Linsen durch die Kurvenradien ihrer beiden Oberflächen beschrieben. Diese geben einen Zusammenhang zwischen der Entfernung des Brennpunktes (= Brennweite) und den Kurvenradien der Linsen.

Wir betrachten eines der Elementarprismen aus unserer Sammellinse und berechnen, wo der gebrochene Strahl den ungebrochenen Strahl trifft.



Elementarprisma, aus dem man sich eine sphärische Linse zusammengesetzt vorstellen kann und aus dem man die Brennweite einer solchen Linse berechnen kann. Die Linse habe den Brechungsindex *n*, der von Luft sei gleich Eins.

Wir machen das hier für dünne Linsen, bei denen die eigentliche Dicke im Vergleich zum Kurvenradius vernachlässigbar ist, und nehmen an, dass beide Kurvenradien gleich sind.

- Für das Elementarprisma gilt:

  $$\alpha = \frac{\gamma}{2}$$

  (Krümmungsradius und erste Oberfläche stehen senkrecht zueinander, ebenso wie einfallender Strahl und die Gerade, die den Prismenwinkel γ halbiert.)

- Der Gesamtablenkungswinkel φ durch das Elementarprisma setzt sich zusammen aus dem Unterschied zwischen α und β und zwischen β‘ und α‘, die wir jeweils über das Brechungsgesetz bestimmen können.
- Für kleine Winkel gilt: $\sin\alpha \approx \alpha$ und wir haben damit

  $$\frac{\alpha}{\beta} \simeq \frac{n}{1} = n \quad \text{und} \quad \frac{\beta'}{\alpha'} \simeq \frac{1}{n}$$

- Bezug zwischen β und β' aus der Erkenntnis, dass zwei zueinander senkrechte Linienpaare sich unter dem gleichen Winkel schneiden. Damit kann man die Winkelsumme im Dreieck darstellen als:

  $\beta + \beta' + (180° - \gamma) = 180° \quad \Rightarrow \quad \beta + \beta' = \gamma \quad (*)$

  und da $\gamma = 2\alpha$ folgt

  $\beta' = 2\alpha - \beta$

  damit wird

  $\alpha' = n \cdot \beta' = n \cdot (2\alpha - \beta) = n \cdot (2\alpha - \alpha/n) = \alpha \cdot (2n - 1) \quad (**)$

  Der Gesamtablenkwinkel ist, wie gesagt

  $\varphi = \alpha - \beta + \alpha' - \beta' = \alpha + \alpha' - (\beta' + \beta)$

  Mit $(*)$ und $(**)$ ergibt dies

  $\varphi = \alpha' - \alpha$

  $\boxed{\varphi = 2\alpha \cdot (n-1)} \qquad \Rightarrow \quad \frac{\varphi}{\alpha} = 2 \cdot (n-1)$

Die Brennweite f für die Linse mit dem Krümmungsradius r ergibt sich jetzt wieder in Kleinwinkelnäherung aus

$$\frac{d}{r} = \sin\alpha \simeq \alpha \quad \text{und} \quad \frac{d}{f} = \tan\varphi \simeq \varphi$$

Linsenformel (für dünne Linsen):

$$\boxed{f = r \cdot \frac{\alpha}{\varphi} = \frac{r}{2 \cdot (n-1)}}$$

Linsenformel für dünne Linsen gültig nur

a) für dünne Linsen ($d \ll r$)

b) wegen der Kleinwinkelnäherung nur für Strahlen, die nicht zu weit vom mittleren Strahl entfernt sind (d. h. paraxiale Näherung)

Bemerkenswert ist, dass der Schnittpunkt des gebrochenen Strahls mit dem ungebrochenen Strahl unabhängig von α ist, d. h. innerhalb der gemachten Näherung schneiden sich alle Strahlen im selben Punkt.

$\Rightarrow$ Brennpunkt oder Fokus

Außerdem: Wenn wir übliches Glas verwenden, d. h. $n_{\text{Glas}} \simeq 1{,}5$, dann ist zufälligerweise

$$f \simeq r$$

Für zwei unterschiedliche Krümmungsradien gilt

$$\boxed{\frac{1}{f'} = D' = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)}$$

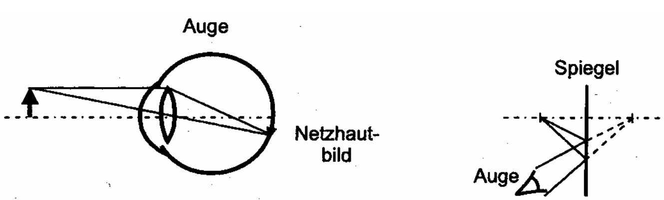
D' = Brechkraft (Diopetrie, 1 dpt = 1 m^{-1})

Für dickere Linsen gelten noch allgem. Formeln, die wir nicht herleiten.

Abbildungen

2 Typen von Abbildungen:

- reelles Bild: Strahlen haben einen gemeinsamen Schnittpunkt. Stellt man einen Schirm an die Stelle, kann man ein Bild sehen (Kamera $\rightarrow$ Film)
- virtuelles Bild: kein reales Bild, kein Schnittpunkt der Strahlen



Ein reelles Bild entsteht im Schnittpunkt von Lichtstrahlen, z. B. auf der Netzhaut des Auges oder auf dem Film einer Kamera (links). Ein virtuelles Bild entsteht, wenn Strahlen nicht durch einen gemeinsamen Punkt gehen, bevor sie ins Auge gelangen. Man kann das Bild nur sehen, wenn man in Strahlrichtung blickt (rechts).

Abbildungen

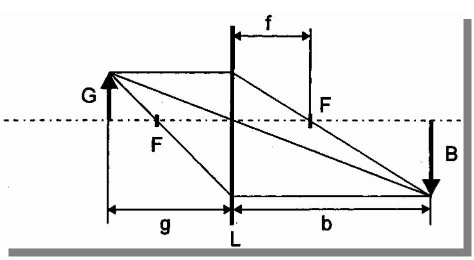
Was machen Linsen mit Lichtstrahlen? Wie entstehen reelle und virtuelle Bilder? Warum werden die Bilder vergrößert oder umgekehrt?

Konvention:

- Die dünne Linse L wird durch einen senkrechten Strich repräsentiert.
- Ein Strahl, der durch die Mitte der Linse geht, bleibt von ihr unbeeinflusst; fällt er zudem senkrecht auf die Linse, definiert er die optische Achse.
- Die Brennweite der Linse ist *f* und gibt definitionsgemäß die Entfernung zum Brennpunkt F an. (Zweiter Brennpunkt ist auf der zweiten Seite der Linse.)

Was macht eine jetzt eine Linse mit dem Bild eines Pfeils, der im Abstand *g* von der Linse steht?

⇒ **Listing'sche Strahlenkonstruktion**



Die Listing'sche Strahlenkonstruktion für eine dünne Linse L. Die Brennweite ist *f*, die Gegenstandsweite *g*, die Bildweite *b*. Der Brennpunkt wird mit F bezeichnet.

Von den vielen Lichtstrahlen von der Pfeilspitze greifen wir uns drei besondere heraus:

1. Strahl, der durch die Mitte geht (bleibt unbeeinflusst)
2. Strahl, der parallel zur optischen Achse ist bis zur Linse
   ⇒ geht durch F auf der rechten Seite
3. Strahl durch linken Fokus
   ⇒ kommt hinter der Linse L als paralleler Strahl heraus

Schnittpunkt liefert:

a) reelles, b) vergrößertes, c) umgekehrtes Bild

Das Verhältnis der Bildgröße *B* zur Gegenstandsgröße *G* heißt Vergrößerung oder Abbildungsmaßstab β einer Linsenabbildung.

$$\boxed{\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}}$$

Steht der Gegenstand im Brennpunkt links der Linse, rückt das reelle Bild rechts in unendliche Ferne.

⇒ Man erreicht eine möglichst große Vergrößerung für kleine Gegenstandsweiten *g*.

Für beliebige Abstände *g* und *b* gilt die Linsengleichung bzw. Abbildungsgleichung

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}}$$

Bemerkung

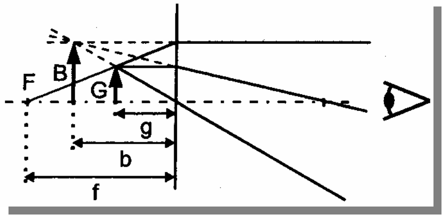
Für konkave Linsen (Zerstreuungslinsen) gilt die Linsengleichung ebenfalls, in diesem Fall muss jedoch beachtet werden, dass dabei *f* negativ ist.

Was passiert, wenn der Gegenstand näher als die Brennweite an die konvexe Linse herangeführt wird?

⇒ Mittelstrahl und paralleler Strahl treffen sich nicht mehr

⇒ kein reelles Bild mehr, jedoch es entsteht bei der Betrachtung von rechts ein virtuelles Bild, das aufrecht und vergrößert ist ⇒ **Lupe**

Vergrößerung umso größer je dichter man mit *g* an *f* kommt. Die Linsengleichung ergibt in diesem Fall eine negative Bildweite, das Bild ist virtuell.



Befindet sich ein Gegenstand G dichter als *f* an einer Linse, erzeugt die Listingkonstruktion rechts divergierende Lichtstrahlen, also ein virtuelles Bild. Sieht man von rechts auf die Linse, ergibt der Schnittpunkt der rückwärtig verlängerten gestrichelten Linien das vergrößerte Bild B.