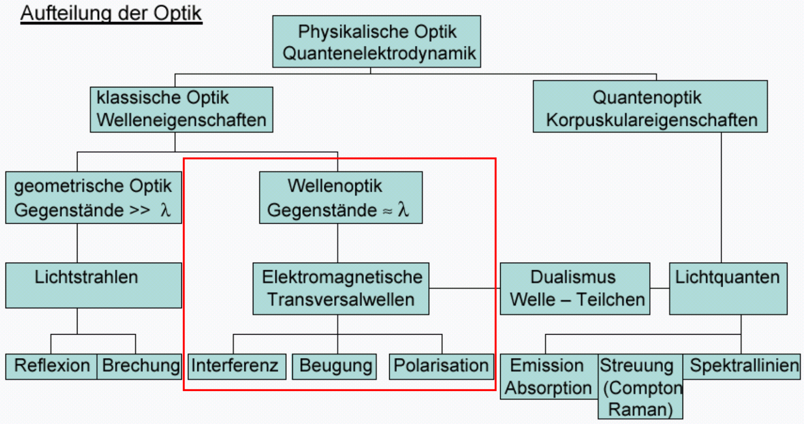
Optik II (Beugungsphänomene)

Aufteilung der Optik



Hauptgebiete:
- geometrische Optik (Strahlenoptik)
- Wellenoptik
- Quanten- oder Photonenoptik.

Wellenoptik

Die Phänomene Interferenz, Beugung und Polarisation des Lichtes lassen sich mit dem einfachen Konzept der 'Lichtstrahlen' nicht mehr erklären. Es sind 'Wellenerscheinungen'; sie lassen sich nur durch den Wellencharakter des Lichtes erklären.

Begriffserläuterungen:

a) Interferenz: Überlagerung zweier Wellen.
b) Beugung: Abweichung von der geradlinigen Ausbreitung.
c) Polarisation: Transversalität der Lichtwellen.

Beugung und Interferenz sind eng miteinander verbunden, denn:

1. Um interferenzfähige Wellenzüge zu erhalten, benötigt man enge Bündel, erzeugt durch enge Spalte und Löcher, an denen automatisch auch Beugung stattfindet.
2. Beugungserscheinungen erkennt man durch die Interferenz der gebeugten Wellenanteile.

Dennoch: getrennte Behandlung beider Phänomene

Interferenz von Wellen, Interferenzversuche

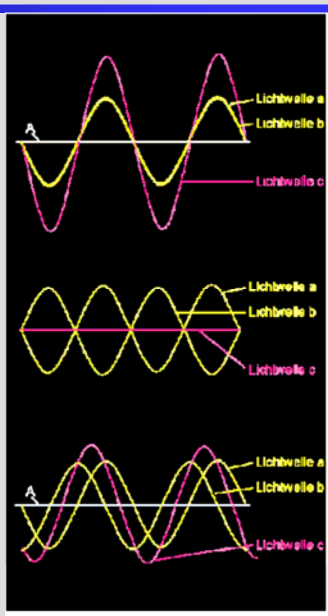
Hierunter versteht man die besonderen Erscheinungen von Verstärkung und Auslöschung zweier sich überlagernder Wellen.

Je nach Phasenlage zueinander kann Verstärkung oder Auslöschung (bzw. Schwächung) der beiden Wellen stattfinden.

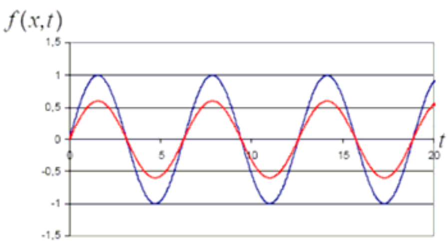
oben: Amplitude Lichtwelle a = Amplitude b
gleiche Phase
Verstärkung

mitte: Amplitude Lichtwelle a = Amplitude b
Phase um π verschoben
Auslöschung

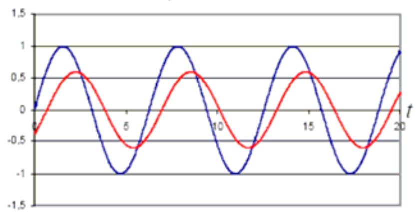
unten: Amplitude Lichtwelle a = Amplitude b
Phase etwa $\pi/2$ verschoben
allgemeine Überlagerung



Überlagerung von Wellen



$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$



Phasendifferenz φ

Amplitude: A

Periodendauer: T

Frequenz: f (ν)

Wellenlänge: λ

Ausbreitungsgeschwindigkeit: $c = \lambda \cdot \nu$

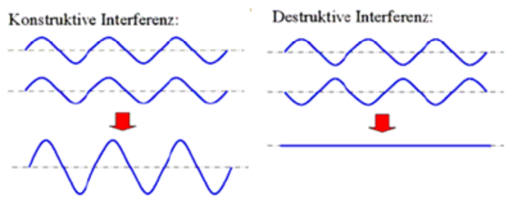
Wellenzahl: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$f_1(x,t) = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$
$$f_2(x,t) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$f_1(x,t) = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$
$$f_2(x,t) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x - \varphi)$$

Konstruktive und destruktive Interferenz

Bedingung für:	Konstruktive Interferenz Verstärkung	Destruktive Interferenz Schwächung
Gangunterschied	$\Delta = m\lambda$ $m = 0,1,2,3,4,..$	$\Delta = (2m+1)\lambda/2$ $m = 0,1,2,3,4,..$
Phasenunterschied	$\varphi = m \cdot 2\pi$	$\varphi = (2\ m + 1)\cdot\pi$



Beugungsphänomene

Bei der Interferenz von Wellen, also auch bei elektromagnetischen Lichtwellen, wurde festgestellt, dass es unter bestimmten Bedingeungen zu Auslöschung und Verstärkung kommen kann.

→ Wellennatur des Lichts

Technische Anwendung:

a) Beugung am Spalt
b) Beugung am Gitter

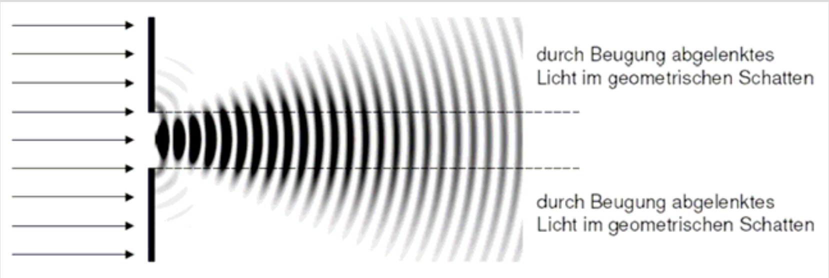
→ **Trennung von Licht verschiedener Wellenlänge**

Fällt eine ebene Lichtwelle auf einen einfachen Spalt, ist das Bild hinter dem Spalt nicht ein einfaches Schattenbild des Spalts. Abhängig von dessen Breite erzeugt der Spalt Beugungsstreifen, die umso stärker ausgeprägt sind, je schmaler der Spalt ist. Betrachtet man die Beugungsstreifen in großer Entfernung, spricht man von **Fraunhoferbeugung**.

Beugungsphänomene

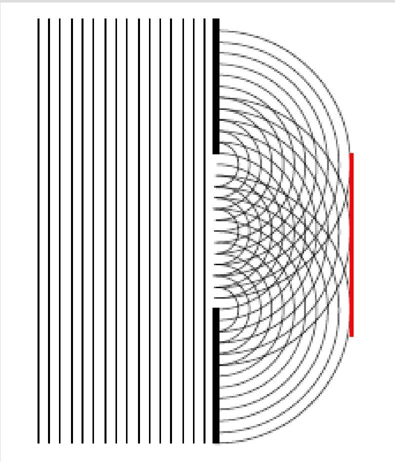
7

Wird ein Teil einer Welle von einer Blende absorbiert, dann entsteht eine starke Änderung der Amplitude quer zur Welle.
Entsprechen den Maxwellgleichungen und der Wellengleichung bewirkt diese Änderung der Amplitude eine Ausbreitung der Welle in Richtung der Änderung.



Huygensches Prinzip

8



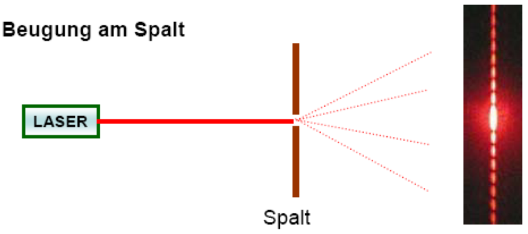
Methode zur Konstruktion der Welle hinter dem Spalt:

- *In jedem Punkt des Spaltes wird eine Kugelwelle erzeugt.*
- *Die Phase der Kugelwelle entspricht der Phase der ankommenden Welle.*
- *Die Welle hinter dem Spalt ist die Überlagerung (Interferenz) aller Kugelwellen*

Bem.: Eine ebene Welle ist deshalb eben, weil sie aus vielen Kugelwellen, die alle in Phase miteinander sind, zusammengesetzt ist

Beugung am Spalt

Beugung am Spalt



Beugungsbild: Eine Reihe von hellen und dunklen Streifen, beidseitig von der hellen Mitte.

Insbesondere erkennt man:

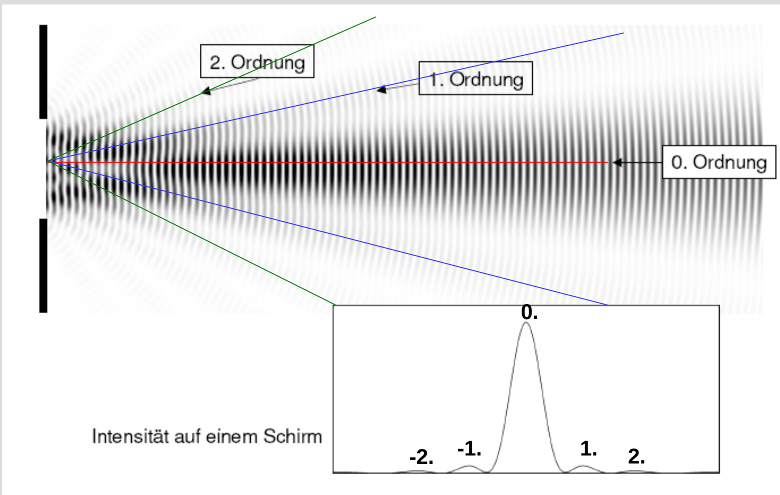
a) Das helle Zentrum ist doppelt so breit wie die seitlichen hellen Streifen.

b) Die Helligkeit und die Schärfe der Seitenstreifen nehmen nach außen rapide ab.

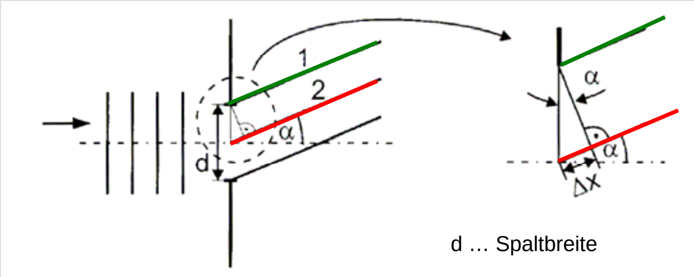
Bei der Beugung am Spalt kann man zur Erklärung nicht mehr von einer endlichen Anzahl von Elementarwellen ausgehen, die sich überlagern.
Ist der Spalt breit genug, wird man zunächst auch keine Interferenzstreifen beobachten. Auf dem Schirm entsteht ein Streifen, der an den Rändern unscharf ist.
Wenn man den Streifen gemäß der geradlinigen Lichtausbreitung untersucht, sieht man, dass Licht hinkommt, wohin es eigentlich nicht gelangen sollte. Dies sieht man auch sehr gut bei Wasserwellen.

Beugung hinter einem Spalt

Innerhalb des Einzelspaltes werden nach dem Huygenschen Prinzip an jedem Raumpunkt Kugelwellen erzeugt, die miteinander interferieren.



Einfacher Spalt



Wegunterschied: $$\Delta x = \frac{d}{2} \cdot \sin\alpha$$

Auslöschung: $$\Delta x = \frac{d}{2} \cdot \sin\alpha = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$$ n= 1, 2, 3, …

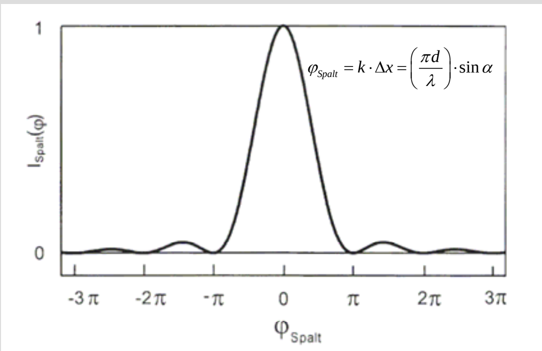
Bedingung für Minimum:

$$\boxed{d \cdot \sin\alpha = \pm n \cdot \lambda}$$

Die Maxima liegen ziemlich genau mittig zwischen den berechneten Minima

Spaltfunktion

Intensität des hinter einem einfachen Spalt beobachteten Lichtes in Fraunhoferkonfiguration, d.h. aus großer Entfernung gesehen.



Spaltfunktion

$$\boxed{I_{Spalt}(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2 \varphi_{Spalt}}{\varphi^2_{Spalt}}}$$

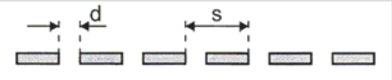
- Das erste Minimum ist bei φ_{spalt}=+- π, d.h. bei sinα=+- λ/d
- Die Maxima ergeben sich aus den Nullstellen der Ableitung von der Spaltfunktion nach φ_{spalt}, d.h. sie liegen dort, wo

$$\boxed{\varphi_{Spalt} \cdot \cos\varphi_{Spalt} = \sin\varphi_{Spalt}}$$ Bedingung für Maxima

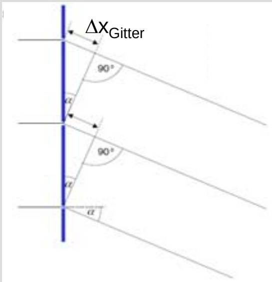
Gitter

Technologisch interessant sind nicht einzelne, sondern viele nebeneinander angeordneten Spalte, die man als Gitter bezeichnet.
Wie sieht das Beugungsmuster eines Gitters aus?

Ein Gitter, das N Spalte der Breite d hat und dessen Spaltabstand s ist:



Die Transmission durch das Gitter ergibt sich aus dem Produkt aus der Transmission durch einen einzelnen Spalt und folgender Überlegung.



Im Vergleich zu einem Strahl, der aus dem ersten Spalt gebeugt wird, hat ein Strahl aus dem zweiten Spalt eine Phasenverschiebung φ_{Gitter}, die durch den Spaltabstand s gegeben ist. Der Wegunterschied der Wellenfront mit Wellenvektor $k=2\pi/\lambda$ beträgt

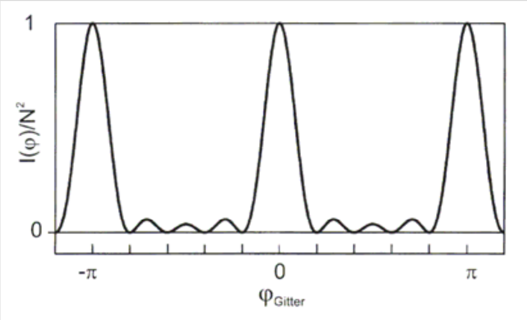
$$(\Delta x)_{Gitter} = s \cdot \sin\alpha$$

Und damit die Phasenverschiebung

$$\varphi_{Gitter} = k \cdot \Delta x_{Gitter} = \frac{2\pi s}{\lambda} \cdot \sin\alpha$$

Gitter

Für die Lichtintensität ergibt sich durch Aufsummierung der einzelnen Strahlen folgende Gitterfunktion



Gitterfunktion

$$I_{Gitter}(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2(N \cdot \varphi_{Gitter})}{\sin^2 \varphi_{Gitter}}$$

Diese Gitterfunktion hat **Haupt-** und **Nebenmaxima**.
Hauptmaxima treten auf wenn der Nenner der Gitterfunktion Null wird, d.h. bei einer Phasenverschiebung $\varphi_{Gitter}=\pm n.\pi$, und heißen **n-te Ordnung**.

Zwischen den Hauptmaxima liegen bei N Spalten (N-2) kleinere Nebenmaxima, bei Winkeln α_p, für die der Zähler den Wert 1 hat, der Nenner aber ungleich 0 ist, also für

$$\sin\alpha_p = \frac{(2p+1)\cdot\lambda}{2N \cdot s} \qquad p= 1,2,\dots, N-2$$

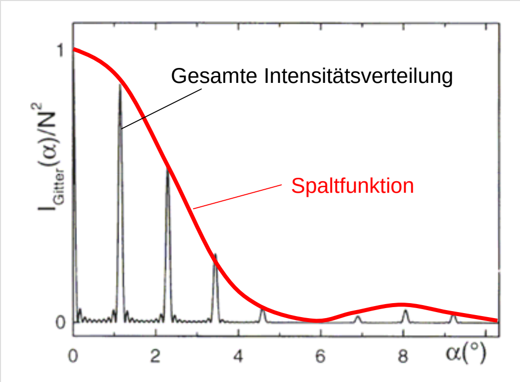
Die Höhe der Nebenmaxima ist für das p-te Maximum:

$$I_{Gitter}(\alpha_p) = \frac{I_0}{N^2} \frac{1}{\sin^2\left[(2p+1)\cdot\frac{\pi}{2N}\right]}$$

Für das mittlere Maximum p=(N-1)/2 dann $I=I_0/N^2$

Beugung am Gitter

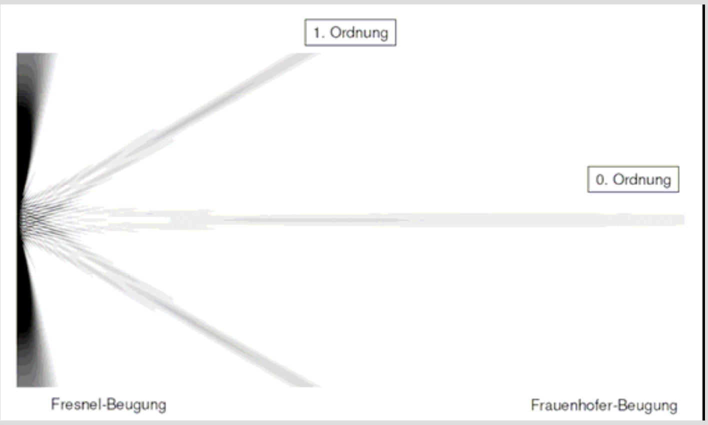
Um die vollständige Intensitätsverteilung eines Gitters zu erhalten, müssen wir jetzt die Gitterfunktion mit der Spaltfunktion multiplizieren.



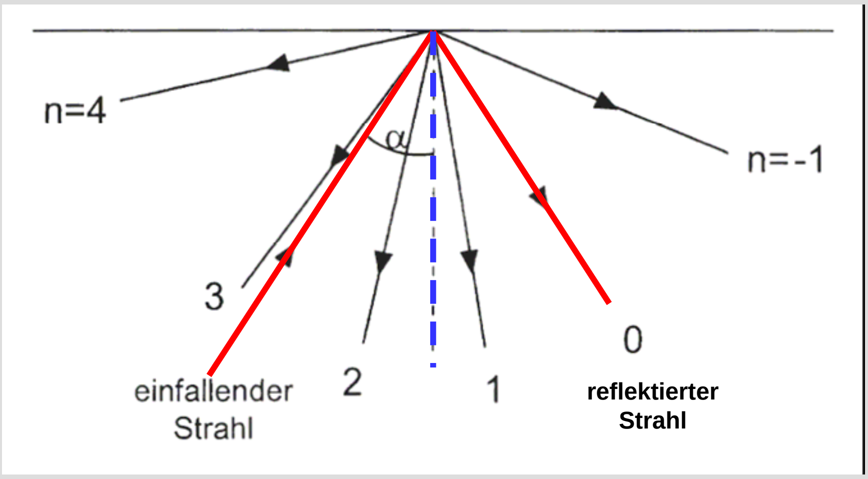
Das Produkt ist:

$$I_{Gitter}(\alpha) = I_0 \cdot \underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\cdot \sin\alpha\right)}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\cdot \sin\alpha\right)}}_{\text{Spalt}} \cdot \underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{N\pi s}{\lambda}\cdot \sin\alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi s}{\lambda}\cdot \sin\alpha\right)}}_{\text{Gitter}}$$

Beugung am Gitter



Reflexionsgitter



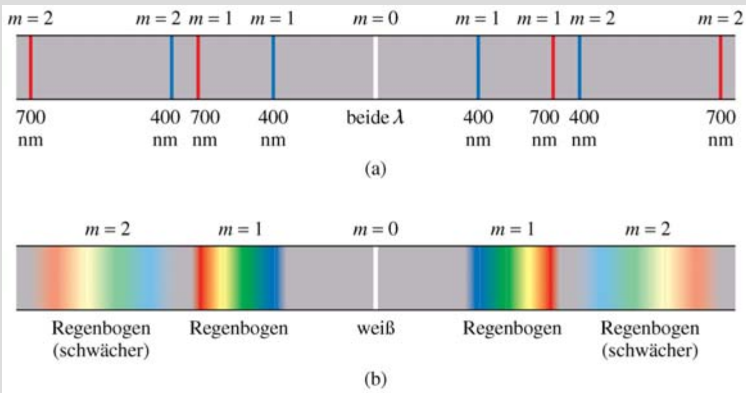
Reflexionsgitter:

$$\pm n \cdot \lambda = s \cdot \left[\sin\alpha - \sin\beta\right]$$

Auflösung:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot n$$

Überlagerung von Ordnungen



Auflösung:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot n$$

Einsatz von Kantenfiltern

19

apl.Prof. Dr. D.J. As

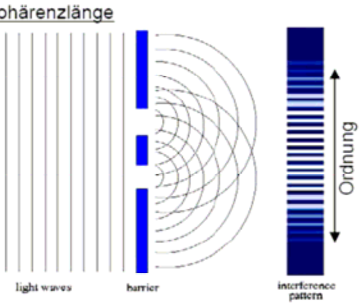
Gittermonochromatoren

20

apl.Prof. Dr. D.J. As

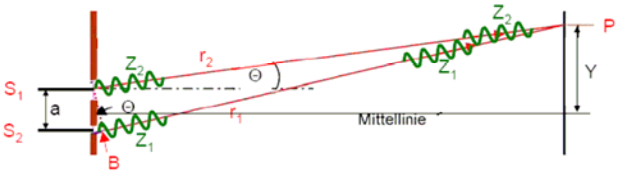
Kohärenzlänge

Kohärenzlänge



Das typische Interferenzstreifen-muster wird nach außen hin immer verwaschener. Für höhere Ordnungen geht die Interferenz offenbar verloren.

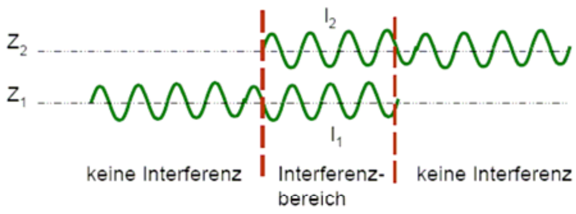
Die Ursache liegt in der endlichen Länge der Wellenzüge.



Die beiden kohärenten Wellenzüge Z_1 und Z_2 verlassen zur gleichen Zeit die Spalte S_1 und S_2; sie legen jedoch unterschiedliche Wege r_1 und r_2 zurück, mit $r_1 - r_2 = S_1B$. Daher gelangen sie zu verschiedenen Zeiten in P an, d.h. sie verschieben sich gegeneinander.

Kohärenzlänge II

Dadurch wird ihr Überlappungsbereich kürzer



Offensichtlich: Je größer der Wegunterschied $r_1 - r_2 = S_1B$ ist, desto kürzer der Interferenzbereich beider Wellenzüge.

Bei hoher Ordnung geht die Interferenz verloren.
Falls $r_1 - r_2 = l_1, l_2$: keine Interferenz mehr möglich

Daher: Definition Kohärenzlänge

> Kohärenzlänge = größter Gangunterschied, der noch Interferenz ergibt = mittlere Länge der Wellenzüge.

Bemerkung: Bei Anwesenheit anderer Medien kommt es nicht auf die Differenz der rein geometrischen Wege $r_1 - r_2$ an, sondern auf die Differenz der 'optischen Wege' an:
optischer Weg = $(r_1 - r_2)\, n$ = geometrischer Weg x n.

Beugung hinter einer Kante