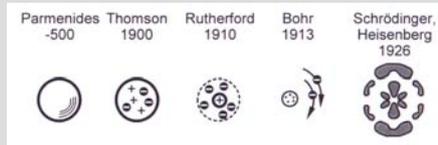
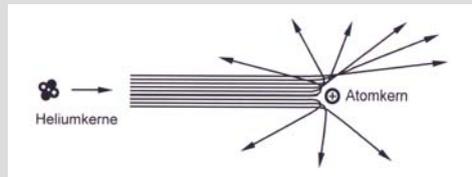


**Historische Modelle:**

Thomson: Versuche mit Elektronen (Kathoden)



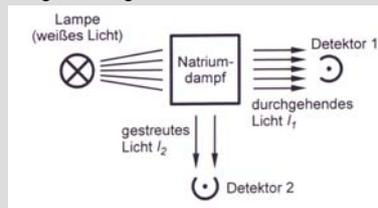
Rutherford'sche Streuversuche:



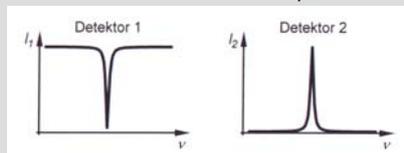
Rutherford beschoss eine Goldfolie mit He-Kernen ( $\alpha$ -Teilchen) und untersuchte ihre Streuung. Aus ihrer Ablenkung konnte er berechnen, dass der Atomkern 10000 – 100000 mal kleiner als der Atomradius ist und etwa  $10^{-15}$  m beträgt.

[apl.Prof. Dr. D.J. As](#)

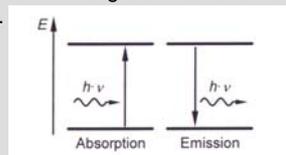
Emission und Absorption in gasförmigen Natrium



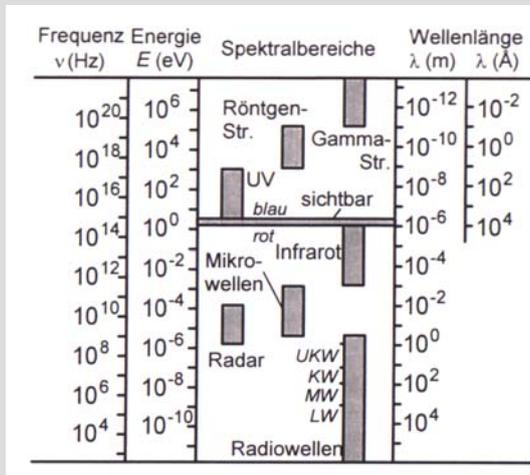
Intensität an Detektor 1 und 2 als Funktion der Lichtfrequenz



Absorptions- und Emissionsprozess im Energiediagramm vom Grundzustand in einem angeregten Zustand und zurück.



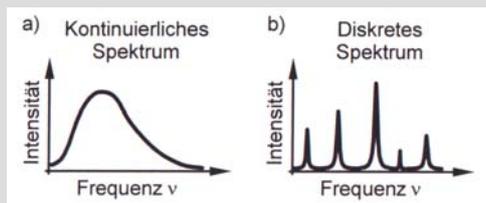
[apl.Prof. Dr. D.J. As](#)



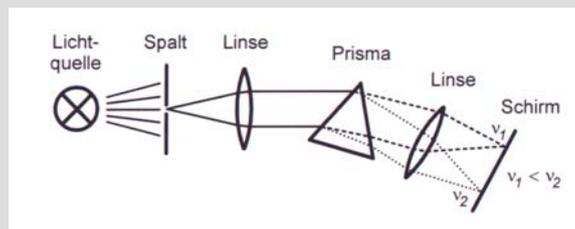
Das elektromagnetische Spektrum. Die Energie einer elektromagnetischen Welle von 1 eV (=  $1,602 \cdot 10^{-19}$  J) entspricht einer Frequenz von  $2,4 \cdot 10^{14}$  Hz oder, im Vakuum, einer Wellenlänge von  $1,24 \mu\text{m}$

apl.Prof. Dr. D.J. As

a) Kontinuierliches und b) diskretes Spektrum



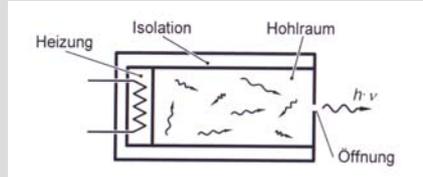
Spektralanalyse mit einem Prisma-monochromator



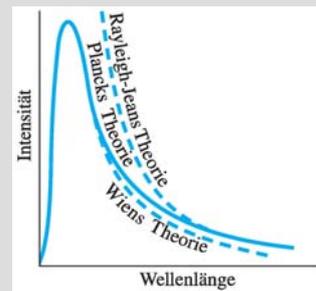
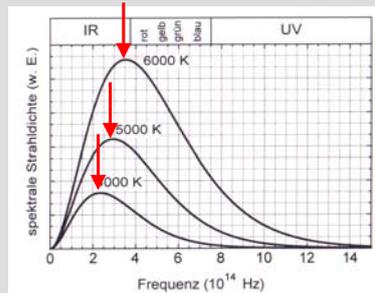
apl.Prof. Dr. D.J. As

## Schwarzer Strahler

5



Schwarze Strahler können nicht nur bei **allen Frequenzen Energien aufnehmen** sondern auch bei **allen Frequenzen Energien abgeben**.



Spektrale Verteilung eines schwarzen Strahlers für verschiedene Temperaturen. Die Spektralbereiche Ultraviolett (UV) und Infrarot (IR) sind gekennzeichnet.

apl.Prof. Dr. D.J. As

## Plancks Quantumhypothese

6

Die Deutung der schwarzen Strahlung mit Hilfe der **klassischen Statistik** und der **Elektrodynamik** des **harmonischen Oszillators** führte zu drastischen Widersprüchen.

Nach der klassischen Statistik hat die mittlere Energie eines harmonischen Oszillators, der **kontinuierlich** alle Energie Werte  $E$  zwischen  $0$  und  $\infty$  annehmen kann den Wert  $k_B \cdot T$ . **Rayleigh** und **Jeans** stellten den Zusammenhang in einem Gesetz dar, bei dem die **Strahlungsdichte  $\rho$**  proportional zum Quadrat der Frequenz und zur Temperatur ist.

$$\rho \approx \nu^2 \cdot T \quad \text{Gesetz Rayleigh und Jeans}$$

Dieses Gesetz stimmt jedoch nur für kleine Frequenzen mit dem Experiment überein.

**Planck:** um den Widerspruch zu lösen, erklärte Planck das Frequenzspektrum des schwarzen Strahlers mit einem statistischen Modell thermisch angeregter Oszillatoren, die aus den schwingenden Ladungen von Atomen bestehen.

**Planck'sches Postulat:**

Das **Energiespektrum der Oszillatoren eines strahlenden Systems ist diskontinuierlich**, d.h. die **Energie der Oszillatoren ist quantisiert**.

Licht erscheint dabei, wie bei vielen anderen physikalischen Erscheinungen, als unteilbares Energiepaket, was zu dem Begriff Lichtquant oder Photon führte.

Die **Energie eines Photons** ist durch

$$E = h \cdot \nu$$

Gegeben, wobei  $\nu$  die **Frequenz der Strahlung** und  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$  die nach Planck benannte **Naturkonstante** (oder Wirkungsquant) ist.

apl.Prof. Dr. D.J. As

**Plancksches Strahlungsgesetz:**

es beschreibt temperaturabhängig die Spektren des schwarzen Strahlers für alle Frequenzen  $\nu$

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu$$

für kleine Energie lässt sich die e-Funktion entwickeln ( $e^x \approx 1 + x$ ) und wir erhalten das bereits erwähnte **Rayleigh-Jeans Gesetz** für  $h\nu \ll k_B T$ :

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi\nu^2 k_B T}{c^3} d\nu \rightarrow \rho \approx \nu^2 \cdot T$$

**Wiensches Verschiebungsgesetz:**

**Wien** fand experimentell heraus, dass Produkt aus Wellenlänge  $\lambda_{\max}$  im Maximum einer Strahlungsdichteverteilung und der Temperatur  $T$  konstant ist

$$\lambda_{\max} T = 2,8670 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$\nu_{\max} = 2,8214 \cdot \frac{k_B T}{h} = 5,899 \cdot 10^{10} (\text{Ks})^{-1} T \rightarrow \lambda_{\max} T = \text{const}$$

**Stefan – Boltzmann-Gesetz:**

Die Gesamtenergieabgabe  $I_{\text{ges}}$  (Fläche unter dem Integral) eines schwarzen Strahlers pro Zeit- und Flächeneinheit wird durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschrieben.

$$I_{\text{ges}}(T) = \frac{c}{4} \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{k_B^4 T^4}{h^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

$$I_{\text{ges}}(T) = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \rightarrow I_{\text{ges}}(T) \approx T^4$$

mit  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$  der **Stefan-Boltzmann Konstanten**

apl.Prof. Dr. D.J. As

Trotz aller Widersprüche zur klassischen Physik nahm Bohr an, daß die Elektronen eines Atoms wie Planeten um den Atomkern kreisen und nur durch Emission oder Absorption ganz bestimmter Energiebeträge ihre Bahn ändern können. Er formulierte dies Vorstellungen in zwei Postulaten.

**Postulate:**

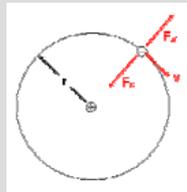
1. Elektronen eines Atoms können sich nur auf bestimmten stabilen Kreisbahnen bewegen, ohne Strahlung zu emittieren.
2. Zwischen den stabilen Bahnen mit der Energie  $E$  sind Elektronenübergänge möglich. Die dabei absorbierte oder emittierte Energie entspricht der Differenz zwischen den Energien des Anfangs- und Endzustandes.

Für die **Frequenzen  $\nu$  der bei Übergängen** von einer Bahn zur anderen aufgenommenen oder abgegebenen Strahlung folgt:

$$h \cdot \nu = E_{\text{Ende}} - E_{\text{Anfang}}$$

apl.Prof. Dr. D.J. As

Betrachten wir jetzt das einfachste Element des Periodensystems, **das Wasserstoffatom**, welches aus **einem positiven Kern** und **einem negativ geladenen Elektron** besteht. Nach dem 1. Bohr'schen Postulat bewegen sich die Elektronen auf stationären Bahnen, ohne zu strahlen. Die anziehende Coulombkraft  $F_C$  ist dabei gleich der Zentripetalkraft  $F_Z$



$$F_C = F_Z \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Zur **Folgerung der Bohr'schen Postulate** gehört, daß der **Drehimpuls** und damit auch die **Energie eines Teilchens gequantelt** ist. Nur solche Bahnen sind erlaubt, deren Drehimpuls L ein ganzzahliges Vielfaches von  $\hbar = h/2\pi$  ist.

$$L = mvr = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

löst man L nach v auf und setzt in die Kraftgleichung ein erhält man die erlaubten Radien

$$r_n = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} n^2$$

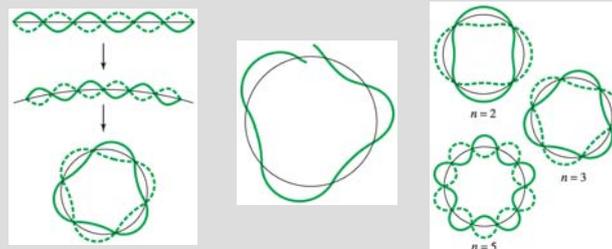
Die Bahnen für  $n = 1, 2, 3, \dots$  werden auch **Schalen** oder **Orbitale** bezeichnet und mit den Buchstaben K, L, M ... benannt.

Der kleinste Radius ( $n = 1$ ) heißt auch **Bohrscher Radius**

$$r_0 = \epsilon_0 \hbar^2 / \pi m e^2 = 0,529 \text{ \AA}$$

Was bedeutet die Quantisierung des Drehimpulses:

Vorstellung der Elektronen als Wellen (Teilchenwellen-Dualismus)



Die Gesamtenergie der Elektronen auf der n-ten Bahn ergibt sich zu

$$E_n = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$E_n = -R_\infty \cdot \frac{1}{n^2}$$

mit der **Rydbergkonstanten**:

$$R_\infty = (me^4)/(8\epsilon_0^2 h^2) = 13,6 \text{ eV}$$

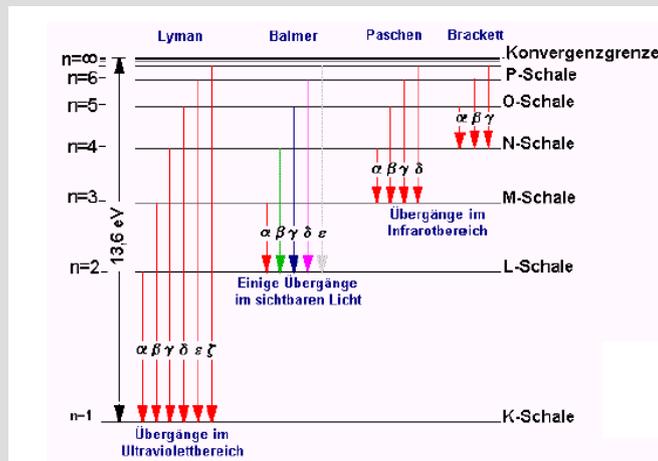
Fällt ein Elektron vom Energieniveau  $n_2$  auf das Energieniveau  $n_1$  strahlt es die Energiedifferenz als Photon ab mit der Frequenz

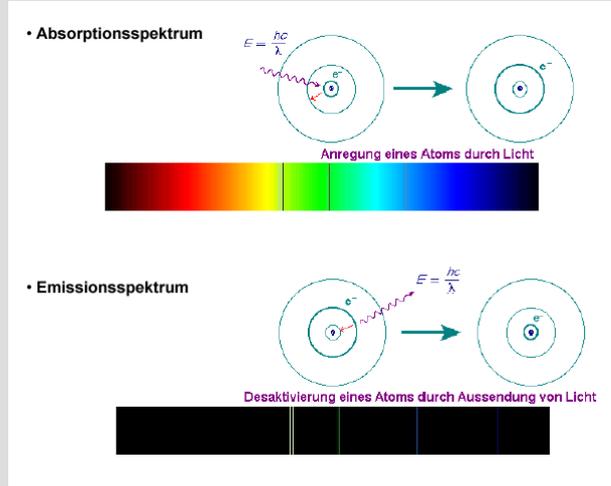
$$\nu_{n_2 \rightarrow n_1} = \frac{1}{h} (E_{n_2} - E_{n_1}) = -\frac{1}{h} R_\infty \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

Auf diese Weise lässt sich als Grenzfall die **Ionisationsenergie** des Wasserstoffatoms bestimmen, also die Energie die notwendig ist um ein Elektron aus dem Atomverband herauszulösen ( $n_1=1$  und  $n_2=\infty$ )

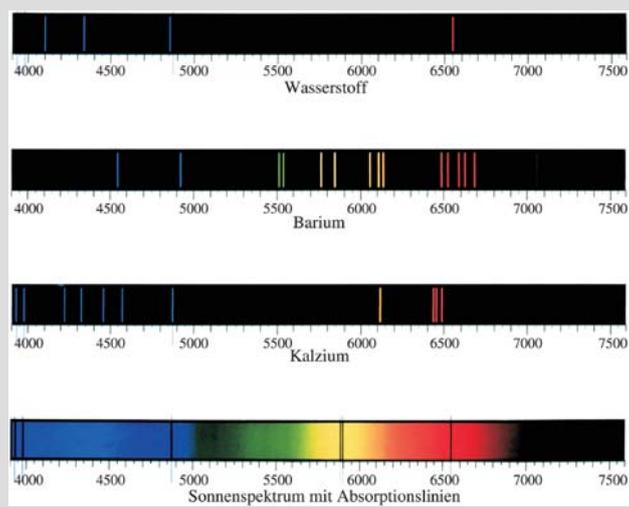
$$E_{\text{Ion}} = -R_\infty \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{1} \right) = R_\infty = 13,6 \text{ eV}$$

Die Ergebnisse der Rechnung für verschiedene Energieniveaus und die Übergänge zwischen den Niveaus sind in folgendem Termschema zusammengefasst. Je nach Endniveau ( $n_1$ ) haben die in Serien dargestellten Übergänge den Namen ihrer Entdecker. Für unser Auge ist einzig die Balmer-Serie sichtbar.





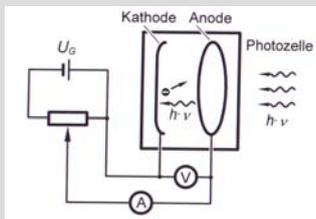
apl.Prof. Dr. D.J. As



apl.Prof. Dr. D.J. As

1. Das Verhalten der Atomhülle mit mehr als einem Elektron kann nicht beschrieben werden
2. Nach Bohr bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn. Bessere Stapelung sollte höhere Dichte erlauben. Experimentell jedoch keine Scheiben sondern Kugelform.
3. Die exakten Bahnen stehen im Widerspruch zur Forderung der Unschärferelation  $\Delta x \cdot \Delta p \sim h$  oder  $\Delta x \cdot \Delta v \sim h/m_e$
4. Diskrete Linien sind aufgrund der Unschärferelation mit einer natürlichen Linienbreite versehen  $\Delta E \cdot \Delta t \sim h$
5. Die Intensitätsverteilung zwischen den einzelnen Spektrallinien kann nicht erklärt werden
6. Die Wellennatur der Elektronen nach De Broglie steht im Widerspruch zu den Bohr'schen Kreisbahnen.  $\lambda = h/p = h/(mv)$
7. für die n-te Bohr'sche Bahn gilt:  $\lambda = 2\pi \cdot r_n/n$
8. Bohr'sche Postulate sind willkürliche Annahmen.
9. Wie Doppelspaltversuche zeigen, können atomare Teilchen nur durch die  $\Psi$ -Funktion, deren Quadrat die Wahrscheinlichkeitsdichte angibt, beschrieben werden

Im evakuierten Glaskolben einer Photozelle befindet sich eine Photokathode und eine ringförmige Anode. Wird die Kathode mit Licht bestrahlt, werden Elektronen aus dem Metall herausgelöst und gelangen zur Anode. Der Anodenstrom wird gemessen. Die Energie dieser Photoelektronen wird bestimmt indem zwischen Anode und Photokathode eine Gegen-spannung  $U_G$  angelegt wird. Bei gegebener Beleuchtung wird  $U_G$  solange erhöht bis kein Anodenstrom mehr fließt. Die kinetische Energie der Elektronen ist durch  $E_{kin} = e \cdot U_{Grenz}$  gegeben.

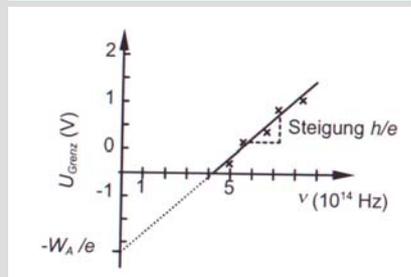
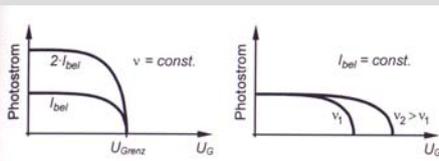


$$E = m \cdot v^2 / 2 = e \cdot U_{Grenz}$$

Die kinetische Energie der Elektronen lässt sich mit einer Geradengleichung beschreiben

$$E_{kin} = e \cdot U_{Grenz} = h \cdot \nu - W_A = h \cdot (\nu - \nu_{min})$$

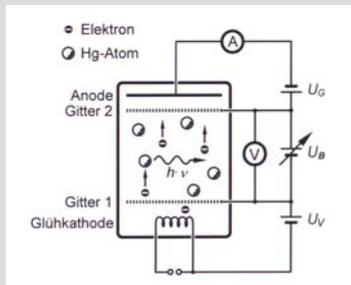
Grenzspannung hängt nicht von der Intensität sondern von der Wellenlänge bzw. Frequenz des einfallenden Lichtes ab.



$W_A (= h \cdot \nu_{min})$  ist die sogenannte Austrittsarbeit

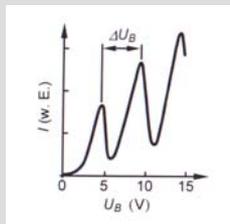
## Frank-Hertz-Versuch

17



In einer gasgefüllten Röhre (Quecksilberdampf) werden Elektronen durch Erhitzen der Glühkathode emittiert und zur Anode beschleunigt. Werden Elektronen im Vakuum von der Kathode zur Anode beschleunigt, fließt ein Strom, der in einer Vakuumröhre einen typisch monotonen Anstieg zeigt.

Wird die Vakuumröhre mit einem Gas gefüllt, zeigt die Strom I Spannungskennlinie  $U_B$  plötzlich Maxima und Minima in bestimmten konstanten Abständen, die für Hg-füllung 4,9 V beträgt. Dieser Abstand hängt von der Gasfüllung ab. Zusätzlich beobachtet man im Inneren der Röhre ein Leuchten, wobei sich die Leuchtzone mit der Beschleunigungsspannung  $U_B$  verändert.



$$\Delta E = \Delta U_B \cdot e$$

$$\text{Lichtfrequenz: } \nu = \Delta E / h$$

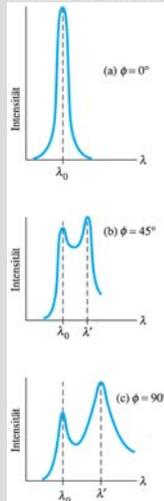
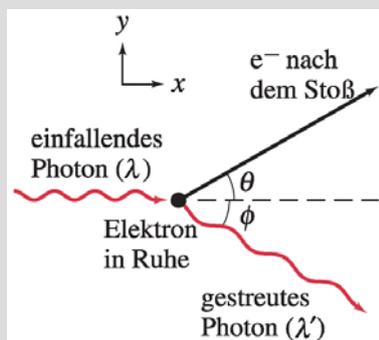
Das abgegebene Licht ist **charakteristisch** für das **verwendete Füllgas**. Das Phänomen heißt **Gasentladung**. Die dabei auftretenden Lichtfrequenzen ergeben sich aus den jeweiligen Differenzen zwischen den oberen und unteren Energieniveaus eines Atoms oder Ions. Solche **Gasentladungs-** oder **Spektrallampen** haben im Gegensatz zu kontinuierlichen Temperaturstrahlern (Glühlampen) in der Regel **diskrete Emissionsspektren** und werden damit häufig für Frequenzkalibrierung von optischen Geräten verwendet.

apl.Prof. Dr. D.J. As

## Compton Effekt

18

Eine weitere Stütze für das Teilchenbild des Lichts liefert Compton. Er zeigte, dass man die Streuung von monochromatisches Röntgenlicht an Elektronen als elastischen Stoß beschreiben kann. Eine Erklärung für die von ihm beobachtete winkelabhängige Energieverschiebung der gestreuten Photonen fand er durch die Anwendung von Energie- und Impulserhaltungssatz.



$$\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_s + \mathbf{p}_e$$

$$\frac{p_e}{2} = p_p \sin \frac{\vartheta}{2}$$

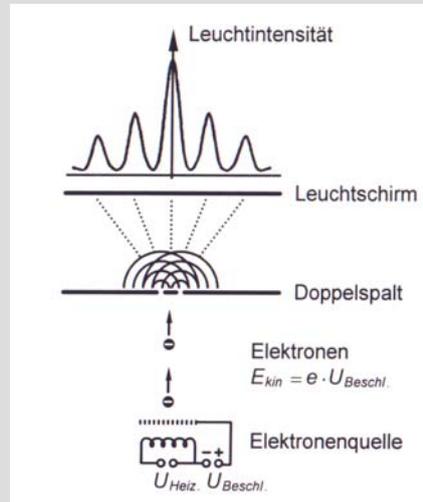
$$\frac{1}{2} m v_e^2 = h \nu_p - h \nu_s$$

$$\nu_p - \nu_s = \frac{2h\nu^2}{mc^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

$$|\lambda_p - \lambda_s| = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

apl.Prof. Dr. D.J. As

Der Nachweis für die Wellennatur von Teilchen (Elektronen) gelingt durch die Beugung von Elektronen an einem Doppelspalt und der Beobachtung von Interferenzerscheinungen



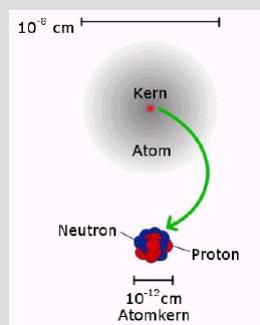
apl.Prof. Dr. D.J. As

Ein Atom besteht aus einem **winzigen Kern** und ist von einer **Elektronenwolke** umgeben.

Atomdurchmesser  $(1-3) \cdot 10^{-10} \text{ m}$   
 Kerndurchmesser  $(1-7) \cdot 10^{-15} \text{ m}$

Der Kern besteht aus 2 Arten von Elementarteilchen:  
 den **Protonen** und den **Neutronen**.

Ein neutrales Atom mit der **Ordnungszahl Z** besitzt **Z Protonen** im Kern und **Z Elektronen** außerhalb des Kerns in der Elektronenwolke.



Grundlegende Eigenschaften von Protonen, Neutronen und Elektronen:

Ladung	Masse	Teilchen
$-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Elektron
0	$1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Neutron
$+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	Proton

apl.Prof. Dr. D.J. As

	I	II	IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	VIIIb	IXb	Xb	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	
1	1 H 1.007																2 He 4.002	
2	3 Li 6.941	4 Be 9.012									5 B 10.81	6 C 12.01	7 N 14.00	8 O 15.99	9 F 18.99	10 Ne 20.17		
3	11 Na 22.98	12 Mg 24.30									13 Al 26.98	14 Si 28.08	15 P 30.97	16 S 32.06	17 Cl 35.45	18 Ar 39.94		
4	19 K 39.09	20 Ca 40.07	21 Sc 44.95	22 Ti 47.86	23 V 50.94	24 Cr 51.99	25 Mn 54.93	26 Fe 55.84	27 Co 58.93	28 Ni 58.69	29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.61	33 As 74.92	34 Se 78.96	35 Br 79.90	36 Kr 83.79
5	37 Rb 85.46	38 Sr 87.62	39 Y 88.90	40 Zr 91.22	41 Nb 92.90	42 Mo 95.93	43 Tc 98.90	44 Ru 101.07	45 Rh 102.90	46 Pd 106.36	47 Ag 107.86	48 Cd 112.40	49 In 114.81	50 Sn 118.71	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.90	54 Xe 131.29
6	55 Cs 132.90	56 Ba 137.32		72 Hf 178.49	73 Ta 180.93	74 W 183.84	75 Re 186.20	76 Os 190.23	77 Ir 192.22	78 Pt 195.08	79 Au 196.96	80 Hg 200.59	81 Tl 204.38	82 Pb 207.2	83 Bi 208.97	84 Po 208.97	85 At 208.97	86 Rn 222.0
7	87 Fr 223.0	88 Ra 226.0		104 Rf 261.1	105 Db 262.1	106 Sg 263.1	107 Bh 264.1	108 Hs 265.1	109 Mt 266.1	110 Uun 267.1	111 Uuu 268.1	112 Uub 269.1						
			57 La 138.9	58 Ce 140.1	59 Pr 140.9	60 Nd 144.2	61 Pm 144.9	62 Sm 150.3	63 Eu 151.9	64 Gd 157.2	65 Tb 158.9	66 Dy 162.5	67 Ho 164.9	68 Er 167.2	69 Tm 168.9	70 Yb 173.0	71 Lu 174.9	
			89 Ac 227.0	90 Th 232.0	91 Pa 231.0	92 U 238.0	93 Np 237.0	94 Pu 244.0	95 Am 243.0	96 Cm 247.0	97 Bk 247.0	98 Cf 251.0	99 Es 252.0	100 Fm 257.0	101 Md 258.0	102 No 259.0	103 Lr 260.1	

apl.Prof. Dr. D.J. As