Ladungsträgertransport in Volumensmaterial

Driftstromdichte

Die resultierende Bewegung eines Elektrons oder Loches in einem Halbleiter unter Einfluss eines elektrischen Feldes wird als Drift bezeichnet und der resultierende Strom deshalb als Driftstrom.

$$m * \frac{\mathrm{d}v_d(t)}{\mathrm{d}t} = -e\mathcal{E},$$

Mit der Driftgeschwindigkeit v_d.

$$v_d(t) = -\frac{e\mathcal{E}}{m^*}t.$$

Zwischen den Zusammenstößen nimmt v_d linear zu. Der mittlere Wert ist

$$\langle v_d \rangle = \int_0^\infty v_d(t)\mathcal{P}(t)\mathrm{d}t \quad = -\frac{e\mathcal{E}}{m^*}\int_0^\infty t\mathcal{P}(t)\mathrm{d}t \quad = -\frac{e\tau}{m^*}\mathcal{E},$$

Wobei τ die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kollisionen ist und P(t) die Wahrscheinlichkeit, das der Ladungsträger keinen Stoß innerhalb τ hat und gegeben ist durch:

$$\mathcal{P}(t) = \frac{1}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Ladungsträgertransport in Volumensmaterial

mit

$$\mu = \frac{|e|\tau}{m^*}.$$

Wird die Driftstromdichte

$$j_e = -nev_e = ne\mu_e\mathcal{E},$$

$$j_h = pev_h = pe\mu_h\mathcal{E},$$

Hierbei wird angenommen, daß für die Stromdichte die Driftgeschwindigkeit linear vom elektrischen Feld abhängt und die Beweglichkeit unabhängig davon ist. Diese Beweglichkeit wird auch als Leitfähigkeitsbeweglichkeit bezeichnet.

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h = e^2\left[\frac{n\tau_e}{m_e^*} + \frac{p\tau_h}{m_h^*}\right]$$

Die Beweglichkeit kann aus verschieden Experimenten, wie z.B. Hall-Effekts- oder Magnetowiderstands-messungen bestimmt werden und unterschiedlich sein.

Die Beweglichkeit hängt jedoch von der Streu- oder Relaxationszeit ab, die wiederum von den einzelnen Streumechanismen die zur Streuung beitragen abhängt. In GaAs sind dies Streuung an Defekten (intrinsische, geladene oder neutrale), Mischkristallstreuung, Ladungsträger-Ladungsträger Streuung, Streuung an akustischen und optischen Phononen, …).
Die Streuzeit τ kann als für unabhängige Prozesse als

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} + \ldots,$$

Matthiessen Regel

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3} + \ldots$$

Ladungsträgertransport

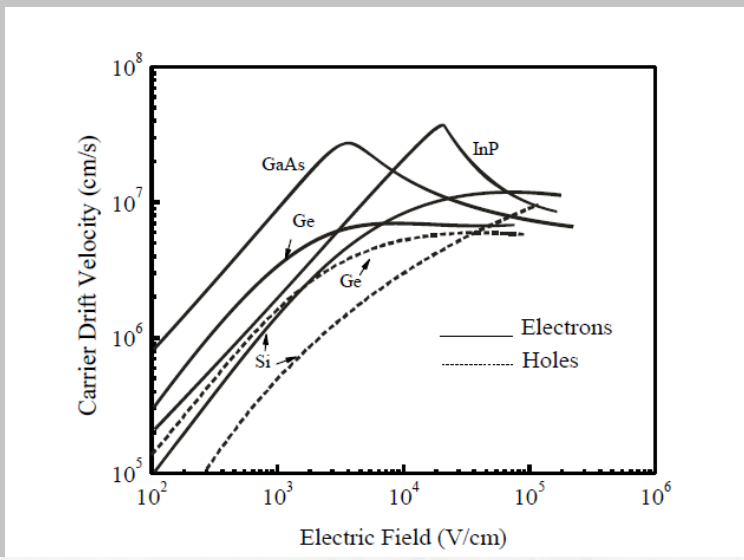


FIGURE 5.10 Carrier drift velocities as a function of the electric field for Si, Ge, GaAs, and InP.

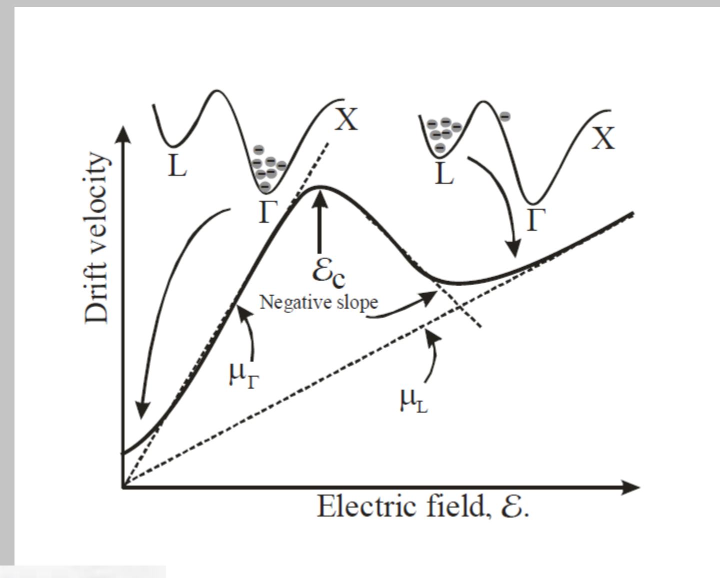


FIGURE 5.11 Illustration of the electron transfer from the Γ-valley to the L-valley in the conduction band of GaAs as the applied electric field is increased. The associated drift velocity behavior as a function of the electric field is shown with a negative slope on the right-hand side of the peak.

Elektronentransfer in GaAs

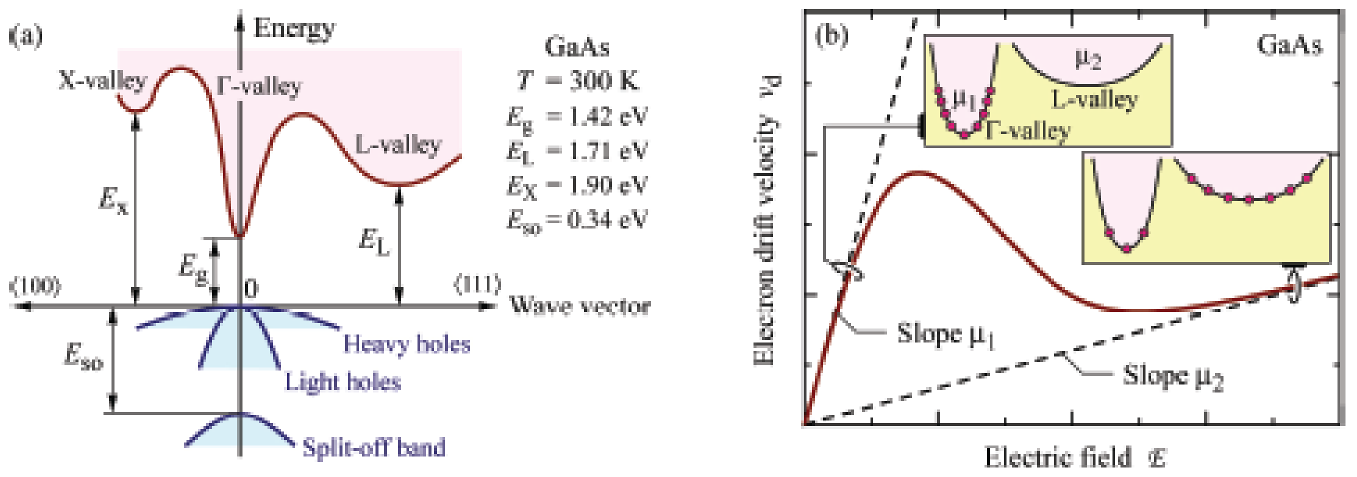


Fig. 19.14. (a) Band structure of GaAs. (b) Explanation of velocity-field relation of electrons in GaAs by population of high-mobility valley at low electric fields and by population of low-mobility satellite valley at high electric fields.

Diffusionsstromdichte

Bei räumlichen Änderungen der Ladungsträgerkonzentration bewegen sich die Ladungsträger in Gebiete von niedrigeren Konzentrationen. Diese Bewegung wird als Diffusionsstrom bezeichnet und kann durch das Fick´sche Gesetz beschrieben werden:

$$\mathcal{F}_n = -D_e \frac{dn}{dx},$$

Fick´sches Gesetz:

mit $D_e = v_{th} l$. Elektronen Diffusionskoeffizient

wird $J_e = eD_e \frac{dn}{dx}$. und $J_h = -eD_h \frac{dp}{dx}$.

Sodass der gesamte Drift und Diffusionsstrom für Elektronen Und Löcher

$$J_e = ne\mu_e\mathcal{E} + eD_e\frac{dn}{dx}$$

$$J_h = pe\mu_h\mathcal{E} - eD_h\frac{dp}{dx}$$

Die gesamte Stromdichte wird damit:

$$J = ne\mu_e \mathrm{E} + pe\mu_h \mathrm{E} + eD_e \nabla n(r) - eD_h \nabla p(r).$$

Diffusionsstromdichte

Für einen Halbleiter im Gleichgewicht muss für jeden Halbleitertyp die Stromdichte null sein und damit

$$n e \mu_e \mathcal{E} = -e D_e \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}.$$

Das elektrische Feld hängt mit dem Potential zusammen $\mathcal{E} = -\nabla V(r)$.
sodass

$$n \mu_e \nabla V(r) = D_e \nabla n(r).$$

unter nichtentarteten Bedingungen (Boltzmannstatistik)

$$n(r) = N_c \exp\left[\frac{(E_c - eV(r) - E_F)}{k_B T}\right],$$

erhält man

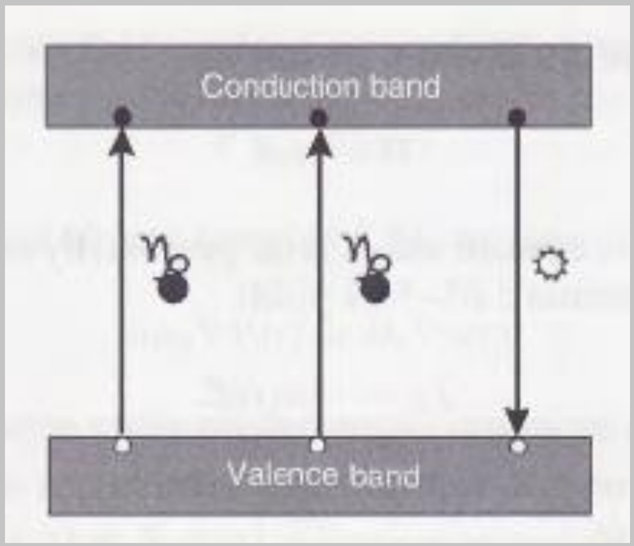
$$\nabla n(r) = \frac{e n(r) \nabla V(r)}{k_B T}.$$

mit den Einsteinrelationen $D_e = \frac{k_B T \mu_e}{e}$. und $D_h = \frac{k_B T \mu_h}{e}$. erhält man für die Ströme:

$$\boxed{\begin{aligned} J_e &= \mu_e [n e \mathcal{E} + k_B T \nabla n] \\ J_h &= \mu_h [p e \mathcal{E} - k_B T \nabla p]. \end{aligned}}$$

Damit ist klar, dass die Stromdichte auch in der Präsenz von Ladungsträgerdiffusion zur Beweglichkeit proportional ist.

Generation – und Rekombinationsstrom



Für direkte Rekombination

$$\mathcal{R} = \alpha_r p n, \qquad np = n_i^2,$$

Für den Nichtgleichgewichtszustand (z.B. Beleuchtung mit Licht)

$$\mathcal{R} = \alpha_r p_n n_n = \alpha_r (n_n^0 + \Delta n)(p_n^0 + \Delta p)$$

Mit den Überschussladungsträgerdichten

$$\Delta n = n_n - n_n^0 \quad \text{and} \quad \Delta p = p_n - p_n^0. \qquad \Delta n = \Delta p,$$

Die Rekombinationsrate wird dann

$$\frac{dp_n}{dt} = \mathcal{G} - \mathcal{R} = g_l + g_t - \mathcal{R}.$$

Im Gleichgewicht

$$g_l = \mathcal{R} - g_t.$$

Im thermischenGleichgewicht

$$g_t = \mathcal{R} = \alpha_r p_n^0 n_n^0.$$

Die Nettorekombinationsrate ergibt sich damit

$$\begin{aligned} g_l &= \mathcal{R} - g_t = \mathcal{R} - \alpha_r p_n^0 n_n^0 \\ &= \alpha_r p_n n_n - \alpha_r p_n^0 n_n^0 = \alpha_r (n_n^0 + \Delta n)(p_n^0 + \Delta p) - \alpha_r p_n^0 n_n^0 \\ &= \alpha_r \Delta p [n_n^0 + p_n^0 + \Delta p]. \end{aligned}$$

For $p_n^0 \ll n_n^0$ and $\Delta p \ll n_n^0$,

$$\boxed{g_l = \alpha_r \Delta p n_n^0 = \frac{p_n - p_n^0}{\tau_p},}$$

where τ_p is the excess minority lifetime ($\tau_p = 1/(\alpha_r n_n^0)$).

Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung kombiniert Drift, Diffusion, Generation und Rekombinationsprozesse in eine Gleichung

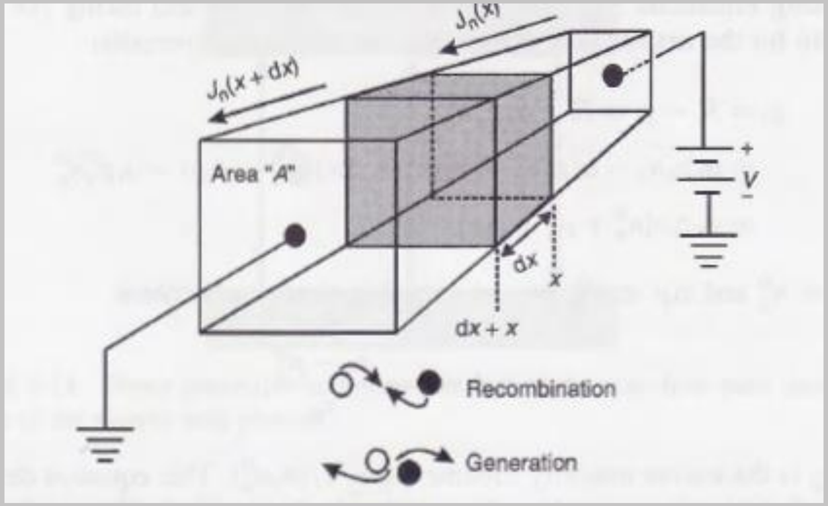


FIGURE 5.15 A sketch of a sample used to illustrate the derivation of the continuity equation. The four processes that occurred in the segment with thickness dx are recombination, generation, flow-in current density $J_n(x)$, and flow-out current density $J_n(x + dx)$.

$$\frac{\partial n}{\partial t} A dx = \left(\frac{J_n(x)A}{-e} - \frac{J_n(x + dx)A}{-e} \right) + (\mathcal{G}_n - \mathcal{R}_n) A\, dx,$$

Durch Taylor-Reichenentwicklung

$[J_n(x + dx) = J_n(x) + \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} dx + \cdots]$, the continuity equation becomes

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial J_n(x)}{\partial x} + (\mathcal{G}_n - \mathcal{R}_n).$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial J_p(x)}{\partial x} + (\mathcal{G}_p - \mathcal{R}_p),$$

Einsetzen der Ausdrücke für die Ströme liefert dann

$$\frac{\partial n}{\partial t} = n\mu_n\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \mu_n\mathcal{E}\frac{\partial n}{\partial x} + D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mathcal{G}_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -p\mu_n\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \mu_n\mathcal{E}\frac{\partial p}{\partial x} + D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \mathcal{G}_p - \frac{p}{\tau_p},$$

where the regeneration rate is obtained from Equation 5.72. For minority carriers, we have the following expression for electrons (n_p) in p-type material and holes (p_n) in n-type material:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n\mu_n\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \mu_n\mathcal{E}\frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n\frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + \mathcal{G}_n - \frac{n_p - n_p^0}{\tau_n}$$

$$\Delta n = (n_p - n_p^0)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p\mu_p\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \mu_p\mathcal{E}\frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + \mathcal{G}_p - \frac{p_n - p_n^0}{\tau_p}.$$

$$\Delta p = (p_n - p_n^0)$$

Kontinuitätsgleichung

Poisongleichung

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho_s}{\epsilon\epsilon_0}$$

Ladungsträgerdichte

$$\rho_s = e(p - n + N_d - N_a),$$

Die Kontinuitästsgleichung kann jetzt unter folgenden Randbedingungen und Näherungen gelöst werden:

(i) If the charge neutrality condition is imposed, we have

$$\Delta p = (p_n - p_n^0) = \Delta n = (n_p - n_p^0).$$

(ii) The generation rates of the electrons and holes are equal:

$$\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_p = \mathcal{G}.$$

(iii) The recombination rates of the electrons and holes are equal:

$$\mathcal{R}_n = \frac{\Delta n}{\tau_n} = \mathcal{R}_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} = \mathcal{R}.$$

(iv) The minority carriers are equal, $n_p \approx p_n$.

$$\rightarrow \quad \Delta p = p_n - p_n^0 = p_n'(x,t)\exp(-t/\tau_p).$$

Einsetzen in die Kontinuitästsgleichung liefert:

$$\frac{\partial p_n'(x,t)}{\partial t} = -\mu_p \mathcal{E} \frac{\partial p_n'(x,t)}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n'(x,t)}{\partial x^2} - \frac{p_n'(x,t)}{\tau_p}.$$

Mit Hilfe der Laplace-transformation erhalten wir:

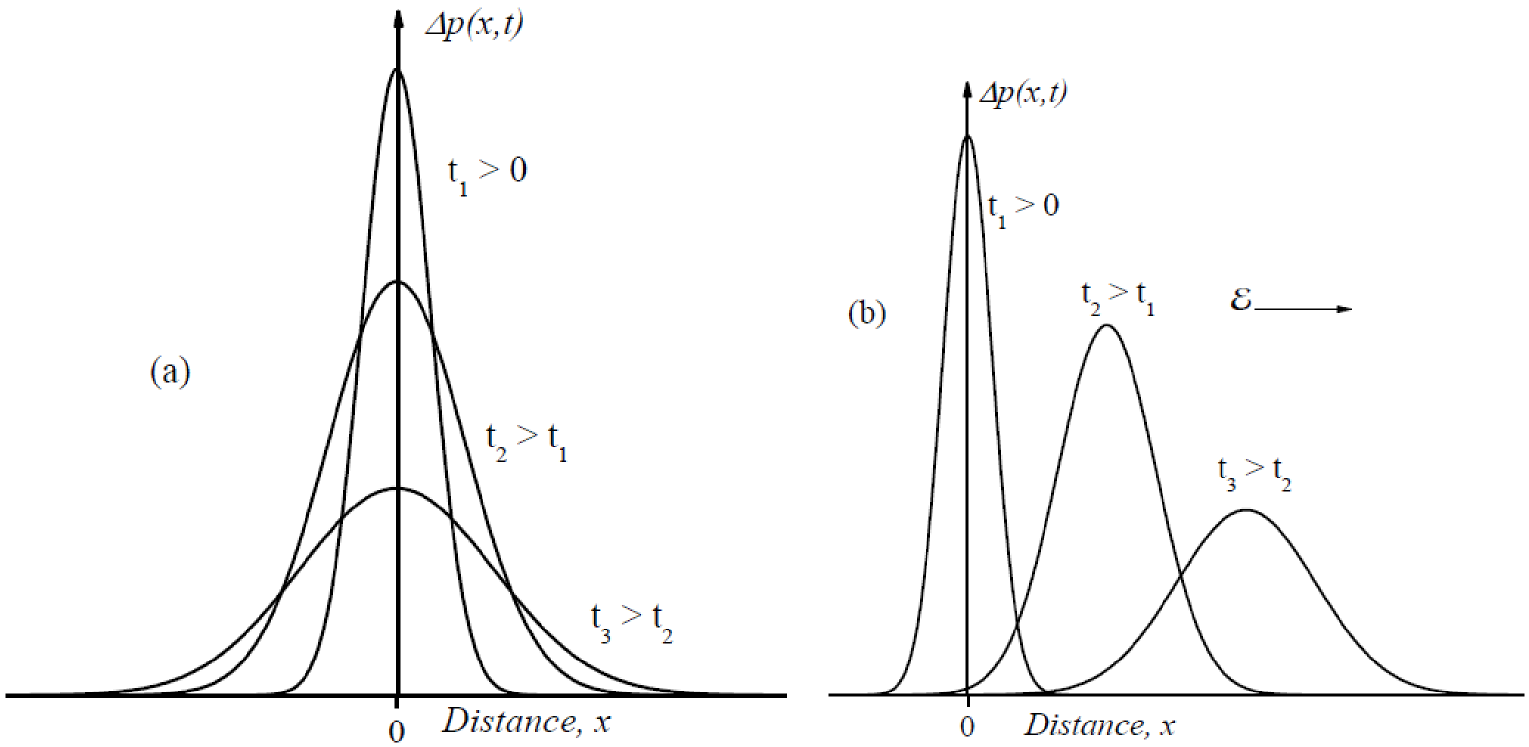
$$p_n'(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_p \mathcal{E} t)^2}{4 D_p t}\right).$$

Als endgültige Lösung:

$$\boxed{\Delta p(x,t) = p_n - p_n^0 = \mathcal{N}\frac{\exp(-t/\tau_p)}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_p \mathcal{E} t)^2}{4 D_p t}\right),}$$

where $\mathcal{N}$ is the number of electrons or holes generated per unit area.

Überschussladungsträger als Funktion der Zeit



$$\Delta p(x,t) = p_n - p_n^0 = \mathcal{N}\frac{\exp(-t/\tau_p)}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_p \mathcal{E} t)^2}{4 D_p t}\right),$$

Boltzmann Transportgleichung

Im Gleichgewicht (wenn keine externe Störung vorliegt) ist die statistische Verteilung der Ladungsträger durch die Fermi–Dirac distribution function, f_k^0, gegeben

$$f_k^0 = \frac{1}{e^{(E_k - E_F)/k_B T} + 1},$$

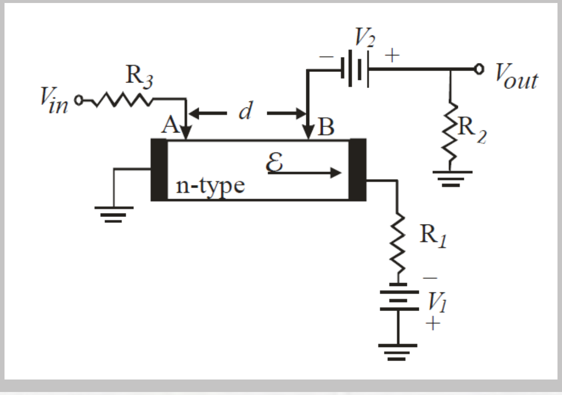


FIGURE 5.17 An illustration of the Haynes–Shockley experiment.

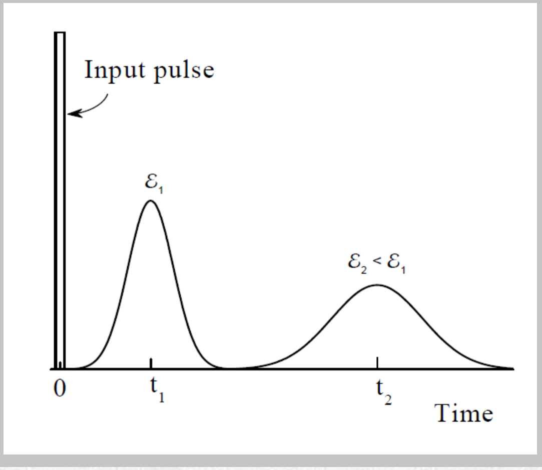


FIGURE 5.18 Carrier diffusion in the Haynes–Shockley experiment in which the input signal is a rectangular narrow pulse applied at point A in Fig. 5.17. The minority carrier pulse is received at point B in Fig. 5.17 at two different electric field values.

The Boltzmann approach is used to evaluate the behavior of the nonequilibrium distribution function, f_k, with time. The evolution of f_k as a function of time because of scattering, diffusions, and external field can be written

$$\boxed{\frac{df_k}{dt} = \frac{\partial f_k}{\partial t}\bigg|_{\text{scatterings}}}$$

Boltzmann Gleichung

Boltzmann Transportgleichung

Die Entwicklung von f_k als Funktion der Zeit aufgrund von Streuung, Diffusion und externen Feldern kann jetzt durch

$$\boxed{\frac{df_k}{dt} = \left.\frac{\partial f_k}{\partial t}\right|_{\text{scatterings}}}$$

Boltzmann Gleichung

beschrieben werden und die gesamte Ableitung durch

$$\frac{\mathrm{d}f_k}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f_k}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial k_x}\frac{\partial k_x}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial k_y}\frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial f_k}{\partial k_z}\frac{\partial k_z}{\partial t}$$

da

$$\upsilon = \frac{\partial x}{\partial t}\boldsymbol{x} + \frac{\partial y}{\partial t}\boldsymbol{y} + \frac{\partial z}{\partial t}\boldsymbol{z} \text{ and } \frac{\partial k_x}{\partial t}\boldsymbol{k}_x + \frac{\partial k_y}{\partial t}\boldsymbol{k}_y + \frac{\partial k_z}{\partial t}\boldsymbol{k}_z = \frac{\mathcal{F}}{\hbar},$$

und mit

$$\frac{\partial f_k}{\partial x}\boldsymbol{x} + \frac{\partial f_k}{\partial y}\boldsymbol{y} + \frac{\partial f_k}{\partial z}\boldsymbol{z} = \nabla_r f_k \text{ and } \frac{\partial f_k}{\partial k_x}\boldsymbol{k}_x + \frac{\partial f_k}{\partial k_y}\boldsymbol{k}_y + \frac{\partial f_k}{\partial k_z}\boldsymbol{k}_z = \nabla_k f_k,$$

erhalten wir

$$\boxed{\frac{\partial f_k}{\partial t} + \upsilon \cdot \nabla_r f_k + \frac{1}{\hbar}\mathcal{F} \cdot \nabla_k f_k - \left.\frac{\partial f_k}{\partial t}\right|_{\text{scattering}} = 0.}$$

Boltzmann Transportgleichung

Der „Streuterm“ repräsentiert die Verteilungsfunktion aufgrund der Streuung zwischen den Elektronen und ihrer Umgebung

$$\left.\frac{\partial f_k}{\partial t}\right|_{\text{scattering}} = -\int [f_k(1-f_{k'})W_{k,k'} - f_{k'}(1-f_k)W_{k',k}]\mathrm{d}k',$$